

ACTIVITATS D'ESTIU

PER A 3^r D'ESO

le Generalitat de Catalunya
Departament d'Ensenyament
Institut Escola Lloret de Mar
Lloret de Mar



Nom:

ÍNDEX

Contingut

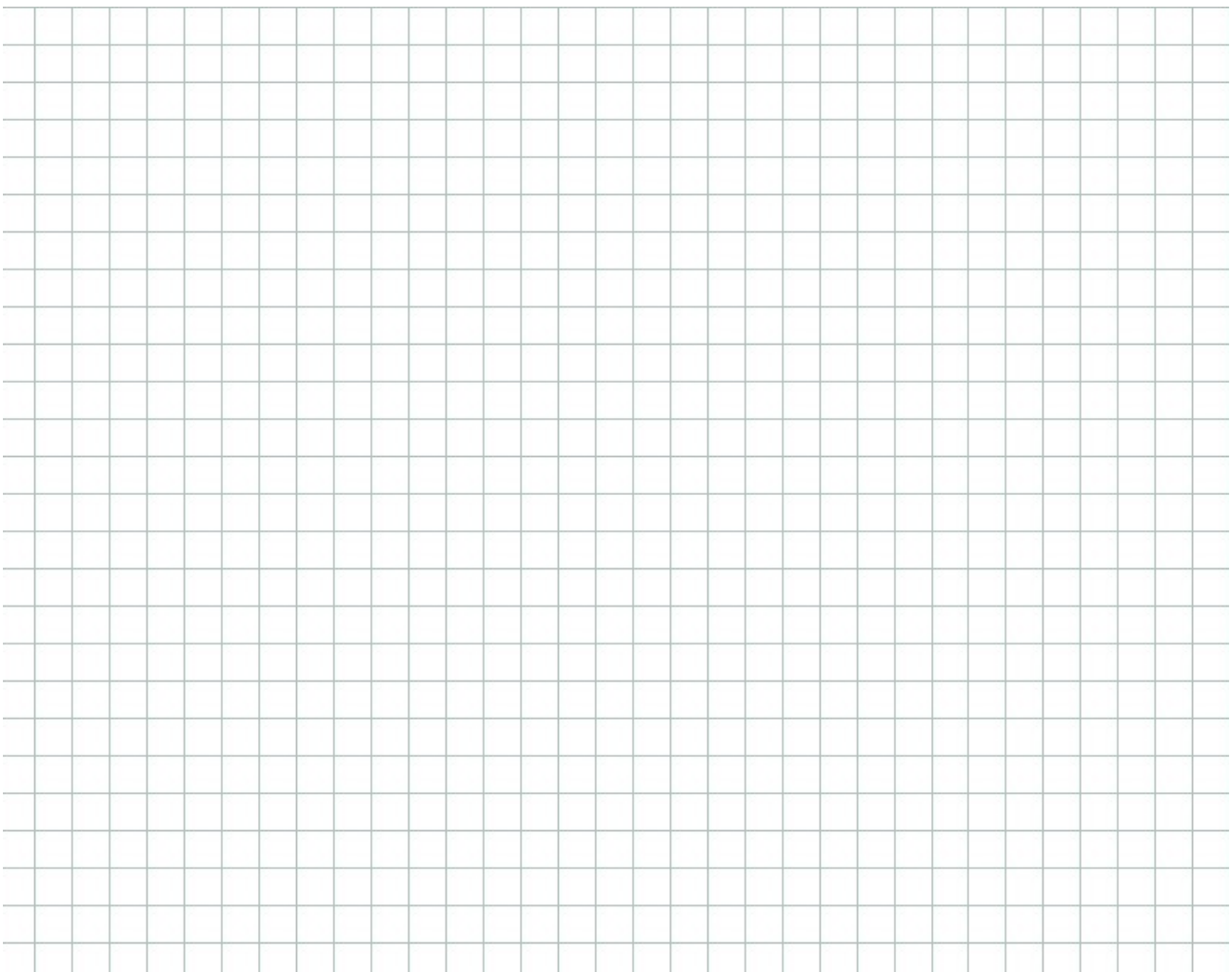
ESTADÍSTICA.....	3
PROBABILITAT.....	10
EQUACIONS.....	13
POTÈNCIES.....	18
ARRELS QUADRADES.....	22
CÀLCUL ALGEBRAIC.....	24
SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS.....	25
FUNCIONS.....	33
A) FUNCIONS LINEALS.....	33
B) FUNCIONS PARABÒLIQUES.....	41

- Els alumnes amb les **matemàtiques suspeses**, per tal d'aprovar el curs, a la recuperació de setembre, cal que **feu aquest dossier**.
- La nota d'avaluació extraordinària, al setembre, es calcularà de la següent manera: **60% examen de suficiència, 35% deures d'estiu i 5% l'avaluació de l'alumne al llarg del curs. S'ha de treure més d'un 3 tant a l'examen com al dossier per tal que es faci mitjana.**
- Si no tens prou lloc per fer alguns dels exercicis, adjunta'ls al final del dossier amb fulles apart.

ESTADÍSTICA

(1) Les vendes d'una sabateria estan recollides en la següent taula. Completa-la amb les dades que calguin i representa-les en una gràfica (de barres).

Nº de peu	Parells venuts	Percentatge%
35	5	
36		24.00%
37	11	
38		8.00%
39	8	
40		18.00%
41	1	
Total		



Quin percentatge de les vendes corresponen als peus petits (menors que el 39)?

Quin percentatge de les vendes corresponen als peus grans (majors que el 39)?

(2) Una enquesta feta al carrer a 30 persones sobre les seves preferències televisives dóna aquests resultats:

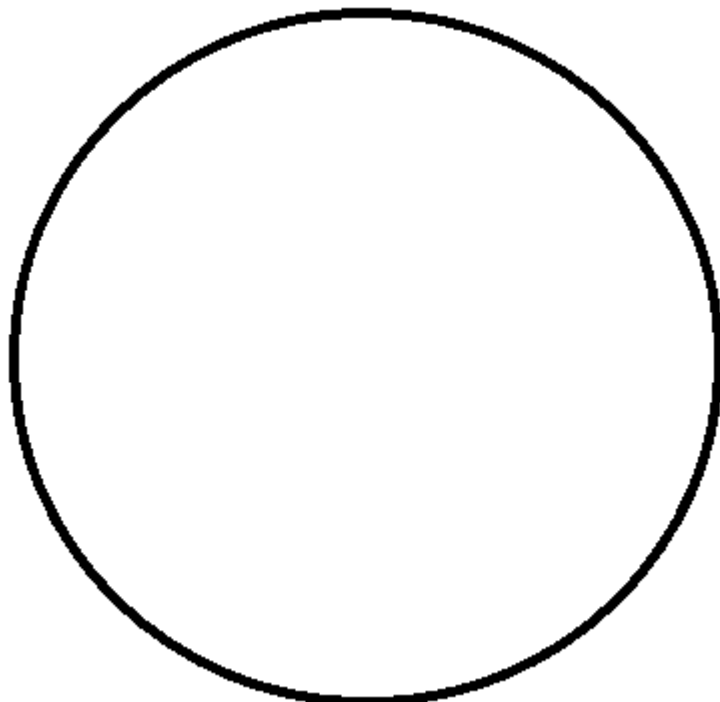
TV3 - T5 - T5 - A3 - L1 - L1 - A3 - TV3 - TV3 - L2 - C33 - T5 - T5 - T5 - T5 - TV3 - TV3 - L2 - T5 - TV3 - A3 - C33 - A3 - TV3 - L2 - T5 - L1 - T5 - L1 - A3

Ordena les dades en aquesta taula, anotant les freqüències absolutes.

Com que volem representar les dades en un gràfic de sectors circulars calcula l'angle d'obertura que correspondrà a cada canal televisiu.

Canal	Freqüència absoluta	Angle
La 1		
La 2		
A3		
T5		
TV3		
C33		
Total		

Dibuixa el gràfic de sectors. No et descuidis de la llegenda.



(3) Una empresa que fabrica motos analitza el nombre d'avaries que han tingut 40 de les seves màquines durant els 3 anys de garantia i obté aquests resultats:

1, 2, 0, 0, 1, 3, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 5, 1, 0, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 0, 1, 0, 0, 1, 0

Poseu les dades en la taula següent, completeu-la i representeu-les gràficament en forma d'histograma.

Nº d'avaries	Nº motos (freq. abs)	Percentatge	Percentatge acumulat
0			
1			
2			
3			
4			
5			
Total			

Quin percentatge de les motos han tingut alguna avaria?

Quin percentatge de les motos han tingut 2 o més avaries?

Quina és la mitjana d'avaries que tenen els cotxes?

Quina és la mediana d'avaries que tenen els cotxes?

Digues quin és el valor dels 3 quartils. Q1= Q2= Q3=

Dibuixa el diagrama de caixes. (amb quartils i bigotis)



(4) Les despeses diàries en restauració d'un grup de treballadors d'una empresa són les següents:

450, 200, 750, 350, 500, 300, 800, 300, 400, 500, 550, 700, 1200, 900, 475, 550, 650, 700, 850, 1000, 1200, 450, 500, 600, 300, 375, 1350, 1300, 850, 1000, 1300, 1200, 1100, 475, 950

1. Completa la taula de comptatge següent:

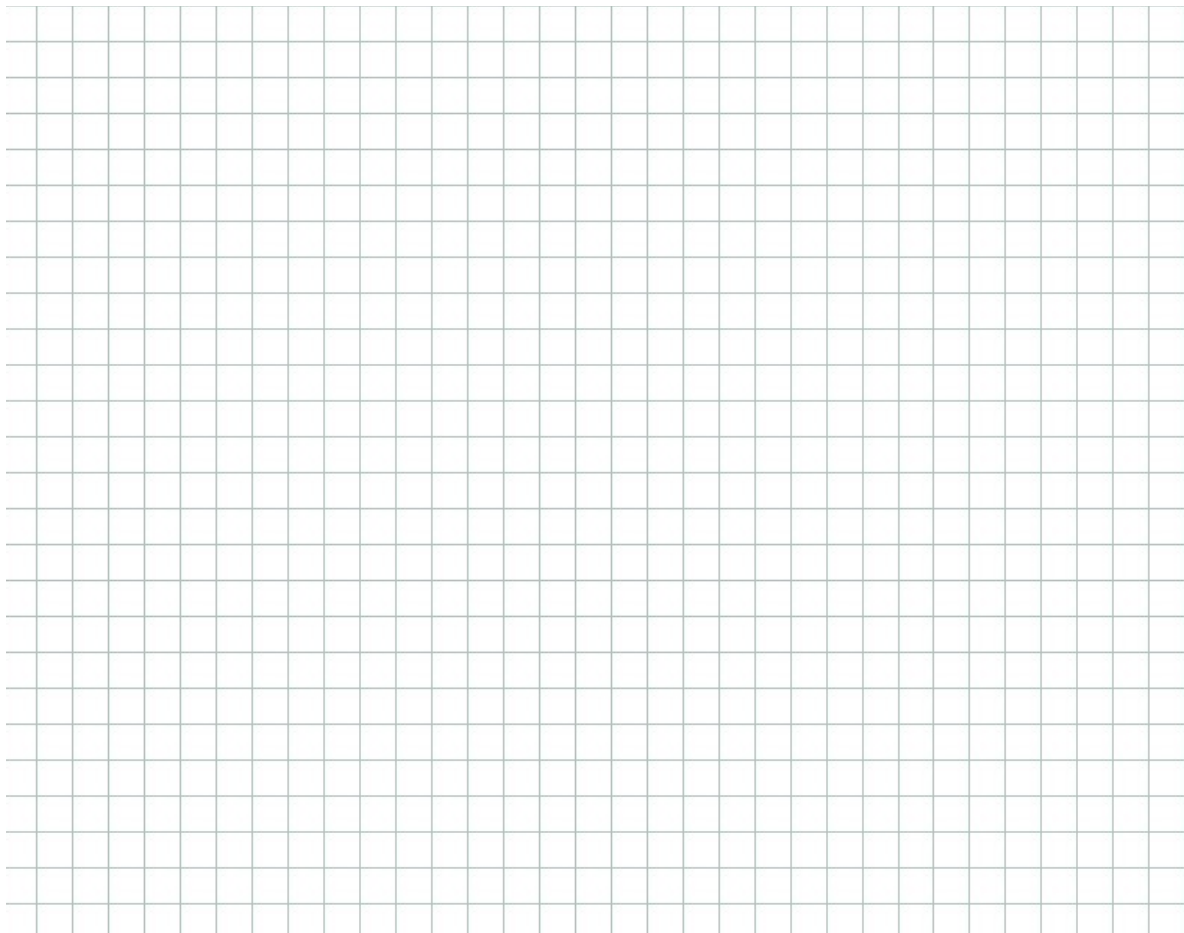
Classes	Marca de classe	Nº Treballadors (fr. absoluta)	Freqüència absoluta acumulada	Freqüència relativa	Freqüència relativa acumulada	percentatge	Percentatge acumulat	Angle		
	Xi	fi	Fi	fri	Fri	pi	Pi	o		
De 200 a 399										
De 400 a 599										
De 600 a 799										
De 800 a 999										
De 1000 a 1199										
De 1200 a 1399										
total										

1. Digues quina és la mitjana de les despeses diàries dels treballadors.

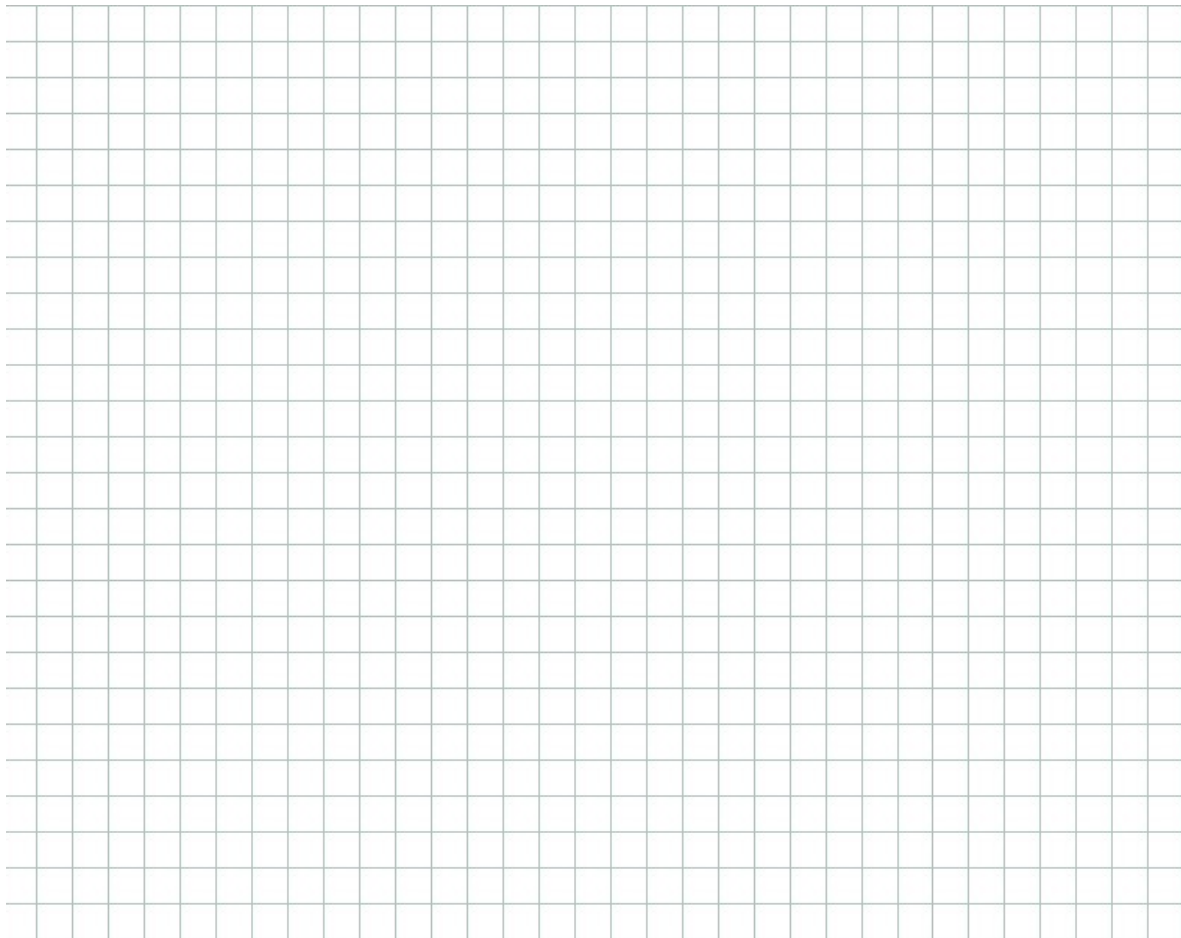
2. Digues quina és la mediana de les despeses diàries dels treballadors.

3. Digues qui és el valor dels quartils

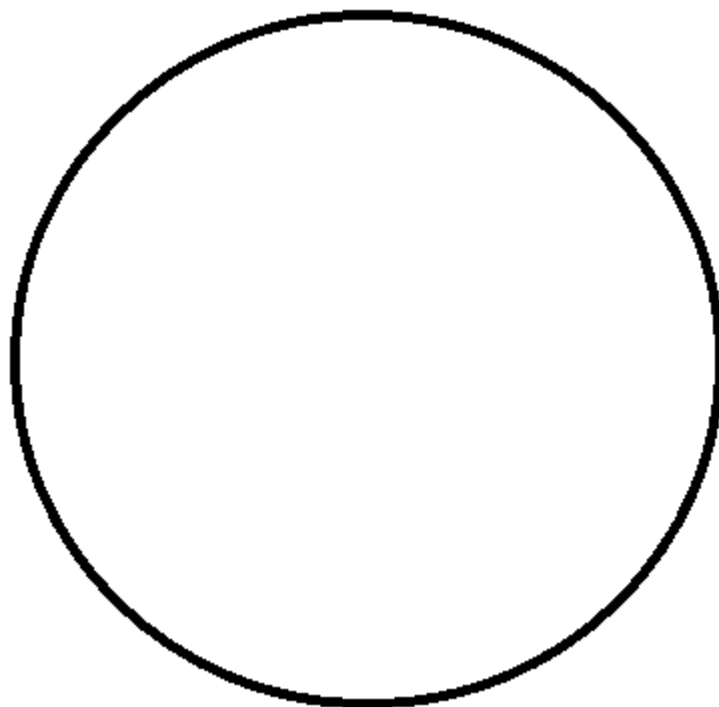
4. Dibuixa un histograma del percentatge acumulat per a representar les dades.



5. Dibuixa el diagrama de caixes per a representar les dades.



6. Dibuixa un diagrama de sectors per a representar les dades.



7. Analitza i treu conclusions segons els resultats estadístics obtinguts. Cal que utilitzis els valors calculats i les gràfiques que has dibuixat.

PER PRACTICAR MÉS (NO OBLIGATORI)

En un full quadriculat a part, contesta les mateixes preguntes que en l'exercici 4 però de les dades següents:

Els pesos corporals dels pacients del Dr. Puigdengoles són aquests:

68, 94, 77, 64, 75, 79, 84, 68, 62, 88, 75, 79, 98, 74, 81, 94, 93, 87, 76, 73, 69, 81, 80, 70, 94, 82, 76, 74, 88, 56, 86, 67, 73, 72, 81, 85, 90, 73, 66, 69, 88, 69, 78, 84, 82, 93, 81, 77, 80, 91.

Utilitza les classes que et semblin més convenientes.

(adjunta el full al dossier)

PROBABILITAT

(1) Considereu l'experiment que consisteix a extreure una bola d'un bombo amb boles numerades de l'1 al 20 i els esdeveniments següents:

A ="Que sigui múltiple de 5"

B ="Que sigui nombre més gran que 8"

C ="Que sigui nombre de dins l'interval $[4,14]$ "

a) Escriu els esdeveniments següents:

$$A \cap C =$$

$$A \cup C =$$

$$\bar{B} =$$

$$\overline{A \cap B \cap C} =$$

b) Calcula la probabilitat de:

$$P(A \cap C) =$$

$$P(A \cup C) =$$

$$P(\bar{B}) =$$

$$P(\overline{A \cap B \cap C}) =$$

c) Escriu quin és l'esdeveniment segur i digues quina és la seva probabilitat

$$\text{segur} = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$P(\text{segur}) =$$

d) Escriu un esdeveniment impossible i digues quina probabilitat té

$$\text{impossible} = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$P(\text{impossible}) =$$

e) L'esdeveniment A i B són compatibles o incompatibles? Per què?

(2) Contesta la bateria de preguntes següents:

a. Escrivim cadascuna de les lletres de la paraula ENSENYAMENT en un paper i en traiem una a l'atzar. Escriu l'esdeveniment $A = \text{"que surti vocal"}$
 $A =$

b. Una moneda està trucada de manera que la probabilitat de sortir creu és el doble que la probabilitat de sortir cara. Calcula la probabilitat que surti cara.

c. En una bossa hi ha 100 boles numerades del 0 al 99. S'extreu una bola. Calcula la probabilitat que entre les seves xifres no hi hagi el 9.

d. Els resultats d'un examen realitzat per dos grups de 4^t d'ESO es mostren en la taula de l'esquerra. Es tria un estudiant a l'atzar. Calcula la probabilitat que:

	aproven	suspenen
4tA	14	7
4tB	15	14

i. Sabent que ha aprovat sigui del grup A.

ii. Que aprovi i que sigui de 4rt A.

iii. Que no aprovi o que no sigui de 4rtB.

(3) En un concurs de televisió pots guanyar un cotxe si encertes la bola que té amagat el premi dins.

Hi ha 12 boles en una urna i només una té premi. Pots treure dues boles.

a) Dibuixa el diagrama d'arbre de l'experiment compost: «treure dues boles de l'urna tornant la primera a l'urna abans d'agafar la segona (amb devolució)».

b) Calcula la probabilitat que surti premi en una de les dues boles.

c) Calcula probabilitat que surti premi a totes dues boles.

d) Si no tornéssim la primera bola a l'urna, calcula les probabilitats de l'apartat b i c.

EQUACIONS

(1) Resol les equacions següents

a. $2x - 34 = -20$

b. $9x + 8 = 7x + 6$

c. $4x + 3 = 3x + 5$

d. $7x + 9 = 3 + 9x$

(2) Resol les equacions següents.

a. $3x - (x + 1) = x - 2$

b. $3[2x - (3x + 1)] = x + 1$

c. $x - 3(x + 5) = 3x + 10$

d. $(x - 15) = 3(x - 19)$

e. $(2 - x) = 18x - 1$

(3) Resoleu les equacions següents:

$$a) \frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{3} = 1$$

$$b) \frac{x-3}{2} - 3(x+2) = -20$$

$$c) \frac{2-2(x-3)}{2} - \frac{x+4}{4} = 3$$

$$d) \frac{4(x+1)}{2} + x - \frac{x+3}{3} = 5 + 3(x-2)$$

e)

$$\frac{2x - (x+1)}{4} = \frac{5x+2}{6}$$

f)

$$\frac{2x-5}{3} - \frac{-2x+8}{7} = x$$

(4) Resoleu les equacions següents:

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $x^2 + 3x = 0$

c) $x^2 - 9 = 0$

d) $x^2 + 5 = 0$

(5) Resoleu les equacions següents:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 3x - 4 = 0$

c) $x^2 + 3x - 10 = 0$

d) $x^2 - 6x + 9 = 0$

(6) Resoleu les equacions següents:

a) $(x + 2)(x - 3) = 0$

b) $(3x + 1)(x + 5) = 0$

c) $x(x + 9) = 0$

d) $(2x + 8)(3x - 9) = 0$

- (7) Reparteix 24 € en dues parts, de manera que una sigui el triple de l'altra.
- (8) La suma de dos nombres consecutius és 97. Quins nombres són?
- (9) La Maria té 4 còmics menys que la Sara. Si la Maria li dona dos dels seus còmics, la Sara en tindrà el triple que ella. Quants còmics té cadascuna?
- (10) Calcula la superfície d'un rectangle sabent que un dels costats fa 2 m menys que el doble de l'altre, i que el seu perímetre és de 224 m.
- (11) Troba un nombre natural tal que si es multiplica per ell mateix, augmentat en 5 unitats, el resultat dona 150.
- (12) El producte de dos nombres enters consecutius és igual a 240. Quins nombres són?
- (13) Dos nombres naturals es diferencien en 3 unitats i la suma dels seus quadrats és igual a 185. De quins nombres es tracta?
- (14) La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 15 cm, i un dels seus catets, 3 cm més que l'altre. Quants centímetres mesura cada catet?
- (15) Un camp de futbol mesura 30 m més de llargada que d'amplada i la seva àrea és de 7000 m^2 , troba les seves dimensions.

POTÈNCIES

(1) Calcula el valor de les potències següents:

$$4^2 = \quad ; -4^2 = \quad ; (-4)^2 = \quad ; -4^0 = \quad ; (-4)^1 =$$

(2) Calcula el valor de les potències següents:

$$-3^5 = \quad ; (-3)^5 = \quad ; (-3)^0 = \quad ; -3^0 = \quad ;$$

(3) És el mateix calcular 3^2 que 2^3 ? Per què?

(4) Escriu en forma de potència:

a. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

b. $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) =$

c. $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} =$

d. $\frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} =$

(5) Ordena de menor a major, utilitzant el símbol $<$.

$$(-3)^2; (-3)^3; -3^2; 3^3; (-3)^0$$

(6) Ordena de major a menor, utilitzant els símbols $<$, $=$ i $>$ segons els necessitis.

$$(-2)^3; 2^3; -2^3; 2^0; -2^2; (-2)^0; -2^0$$

(7) Calcula el valor (nombre enter o decimal) de les operacions següents:

a) $(2 \cdot 5)^3 =$; b) $(10 \cdot 3)^4 =$ c) $\left(\frac{6}{3}\right)^5 =$ d) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 =$

(8) expressa en forma d'una sola potència. La base pot ser un nombre enter o una fracció.

exemple) $5^3 \cdot (5^2)^3 = 5^9$

; a) $2^4 \cdot \frac{2^7}{2^2} =$ b) $(\frac{2^9}{4})^5 =$ d) $7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 =$ e) $(-2)^4 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)^4 =$

f) $(-7)^5 \cdot (-7)^6 =$ g) $\frac{x^4 \cdot x^{10}}{x} =$ h) $\frac{x^4 \cdot x^{10}}{x^2} =$

exemple) $(\frac{1}{3})^3 \cdot (\frac{1}{3})^5 : (\frac{1}{3})^2 = (\frac{1}{3})^6$

; a) $(\frac{-1}{2})^3 \cdot (\frac{-1}{2})^3 \cdot (\frac{-1}{2})^3 \cdot (\frac{-1}{2})^3 =$ b) $(\frac{8}{3^3})^5 =$

d) $(\frac{-2}{7})^2 \cdot (\frac{-2}{7})^2 \cdot (\frac{-2}{7})^2 \cdot (\frac{-2}{7})^2 \cdot (\frac{-2}{7})^2 =$

(9) Expressa els nombres següents com a potència d'un nombre o fracció amb exponent positiu. Per convertir el nombre en potència recorda que has de fer la descomposició factorial del nombre en nombres primers.

a) $64 =$ d) $100.000 =$

b) $81 =$ e) $0,001 =$

c) $\frac{1}{125} =$

(10) Expressa els nombres següents com a potència d'un nombre o fracció amb exponent negatiu. Per convertir el nombre en potència recorda que has de fer la descomposició factorial del nombre en nombres primers.

a) $27 =$ d) $7 =$

b) $\frac{40}{135} =$ e) $0,00001 =$

c) $\frac{1}{125} =$

(11) Expressa el resultat com una sola potència.

a) $\left(\frac{3^2}{(-3)^4}\right)^4 =$

c) $\frac{7^5 \cdot 7^{-2}}{7^0} =$

b) $5^{10} \cdot 5^3 \cdot 5^{-2} =$

d) $25^2 \cdot 5^3 \cdot 27^{-2} \cdot 3^6 =$

(12) Expressa el resultat com una sola potència.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^5$

c) $\frac{3^5 \cdot 3^{-7}}{3^2}$

d) $\left(2^2 \cdot 2^{-3}\right)^{-4}$

e) $\frac{2^4 \cdot 4^{-2}}{8^2}$

f) $\frac{2^{-5} \cdot 4^2 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 9^{-1}}$

(13) Troba la descomposició numèrica de 18067.

(14) Troba la descomposició polinòmica d'un nombre que té 4 desenes, 5 unitats, 8 centenes i 7 unitats de miler.

(15) Expressa 45600000000 en notació científica.

(16) Expressa 0,000000000000243 en notació científica.

(17) Quin nombre decimal (o enter) es correspon amb $5,27 \cdot 10^8 =$

(18) Quin nombre decimal (o enter) es correspon amb $1,327 \cdot 10^{-11} =$

(19) El nombre $345,9 \cdot 10^{-12}$ NO ESTÀ EN NOTACIÓ CIENTÍFICA. Per què?

Escriu-lo de forma correcta.

(20) Omple els buits de les dues taules següents:

	NOTACIÓ NO CIENTÍFICA	NOTACIÓ CIENTÍFICA
La massa d'un protó	0,00000000000000000000000016726 g	
La massa de la lluna	73.490.000.000.000.000.000 kg	
El diàmetre equatorial del planeta Júpiter	$142,984 \cdot 10^6$ m	
Diàmetre del virus de la febre aftosa	$24 \cdot 10^{-9}$ m	

	NOTACIÓ CIENTÍFICA	NOTACIÓ DECIMAL
El radi de la Terra	$6,371 \cdot 10^9$ m	
El volum de la Terra	$1,08321 \cdot 10^{12}$ km ³	
Diàmetre de la bactèria Escherichia coli	$5 \cdot 10^{-7}$ m	
Massa d'un àtom de carboni.	$1,992 \cdot 10^{-23}$ g	

ARRELS QUADRADES

(1) Digues 3 nombres que siguin quadrats perfectes. Perquè ho són?

(2) Descomposa en factors primers els radicands de les arrels següents i troba el valor de l'arrel quadrada.

a. **Exemple**

$$\sqrt{900} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \quad \text{si multiplico dos cops el } 30, \text{ em dóna } 30 \cdot 30 = 900 \text{ ok}$$

b.

$$\sqrt{81} = \sqrt{\quad} = \quad = \quad \text{si multiplico dos cops el } \quad, \text{ em dóna } \quad \cdot \quad = \quad \text{ok}$$

c.

$$\sqrt{49} = \sqrt{\quad} = \quad = \quad \text{si multiplico dos cops el } \quad, \text{ em dóna } \quad \cdot \quad = \quad \text{ok}$$

d.

$$\sqrt{3600} = \sqrt{\quad} = \quad = \quad \text{si multiplico dos cops el } \quad$$

em dóna \cdot $=$ *ok*

e.

$$\sqrt{10.000} = \sqrt{\quad} = \quad = \quad \text{si multiplico dos cops el } \quad$$

em dóna \cdot $=$ *ok*

(3) Simplifica les arrels següents: (cal descomposar els radicands i treure de l'arrel tots els factors que sigui possible)

a. **Exemple** $\sqrt{1728} = \sqrt{2^6 \cdot 3^3} = 2^3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

b. $\sqrt{49} =$

c. $\sqrt{x^{27}} =$

d. $\sqrt{x^{30}} =$

e. $\sqrt{128} =$

f. $\sqrt{344} =$

g. $\sqrt{16 \cdot x^3} =$

h. $\sqrt{9 \cdot a^3} =$

i. $\sqrt{18} =$

j. $\sqrt{98 \cdot a^3 \cdot b^5 \cdot c^7} =$

(4) Simplifica les arrels i suma -les sempre que es pugui.

a. exemple
$$\sqrt{3} + \sqrt{300} + \sqrt{7203} - \sqrt{27} = \sqrt{3} + \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} + \sqrt{7^4 \cdot 3} - \sqrt{3^3} =$$

$$= 1\sqrt{3} + 2 \cdot 5\sqrt{3} + 7^2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 1\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 49\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 57\sqrt{3}$$

b. exemple
$$\sqrt{5} + \sqrt{300} + \sqrt{7203} - \sqrt{27} + 2\sqrt{125} = \sqrt{5} + \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} + \sqrt{7^4 \cdot 3} - \sqrt{3^3} + 2\sqrt{5^3} =$$

$$= 1\sqrt{5} + 2 \cdot 5\sqrt{3} + 7^2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2 \cdot 5\sqrt{5} = 1\sqrt{5} + 10\sqrt{3} + 49\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 10\sqrt{5} = 56\sqrt{3} + 11\sqrt{5}$$

c.
$$\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{2} =$$

d.
$$\sqrt{16} - \sqrt{675} - \sqrt{49} =$$

e.
$$\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{2} + \sqrt{16} - \sqrt{675} - \sqrt{49} =$$

CÀLCUL ALGEBRAIC

1) Digues si es pot sumar (o restar) o no els termes de les expressions següents. Si es pot digues quina és la resposta.

(a) $x+y=$

(b) $-2xy+yx=$

(c) $x^2y-x3xy=$

(d) $x-x=$

(e) $x+x=$

(f) $3+x^2+5x=$

(g) $2xy+3x^5+4=$

(h) $3bnm+bnm$

(i) $2-9=$

(j) $4yx+2xy+6x^4=$

2) Digues quin és el grau de TOTES les expressions algebraiques de l'apartat anterior.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

(i)

(j)

3) Efectua les multiplicacions de binomis següents utilitzant la propietat distributiva de la multiplicació o fes servir la fórmula de les identitats notables quan sigui possible.

IDENTITATS NOTABLES

1ra: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

2ª: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3ª: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

DISTRIBUTIVA

$$(4+x) \cdot (x-3) = 4x + 4 \cdot (-3) + x \cdot x + x \cdot (-3) = \\ = 4x - 12 + x^2 - 3x = x^2 + x - 12$$

(a) $(x+3)^2=$

(b) $(x+5)(x-1)=$

(c) $(x-4)(x-3)=$

(d) $(x-9)(x+9)=$

(e) $(x-5)^2=$

(f) $(2x-1)(3x+5)=$

SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS

1. Relaciona els sistemes següents amb el tipus de sistema que són i amb la seva gràfica.

Compatible determinat

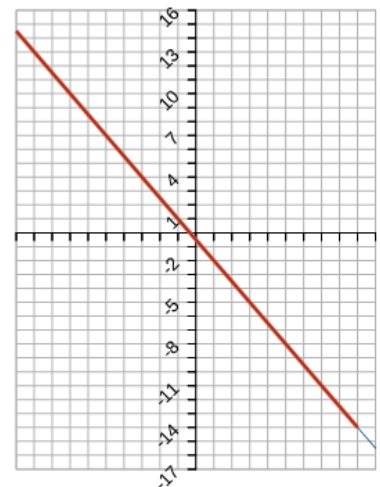
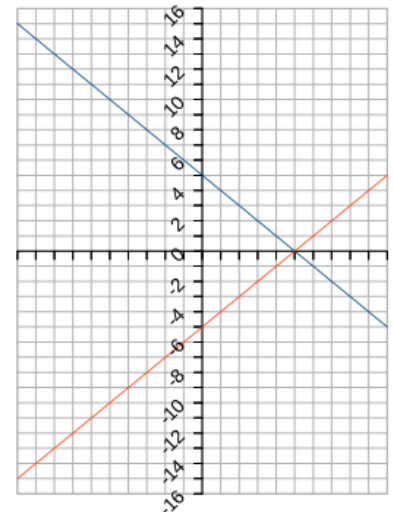
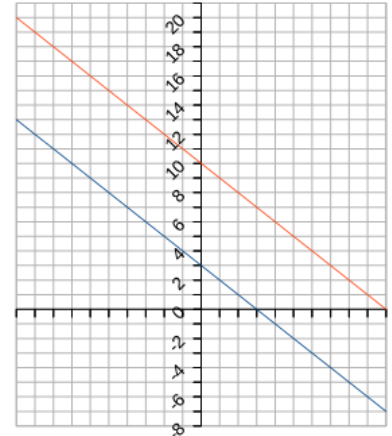
$$\begin{cases} 2y + 3x = -1 \\ -6y - 9x = 3 \end{cases}$$

Compatible indeterminat

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Incompatible

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 8 \end{cases}$$



2. Digues de quines equacions lineals és solució el punt $(x,y)=(2,-1)$.

a) $x+y=1$

b) $3x-7y=15$

c) $3y-\frac{1}{2}x=-4$

d) $2(x-y)+4y+10=0$

3. Resol els sistemes següents, utilitza els tres mètodes en cada cas (substitució, reducció i igualació)

$$(a) \begin{cases} -7x+6y=-29 \\ x+3y=8 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x+2y=-17 \\ 5x+2y=-21 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x-4y=32 \\ x-3y=-17 \end{cases}$$

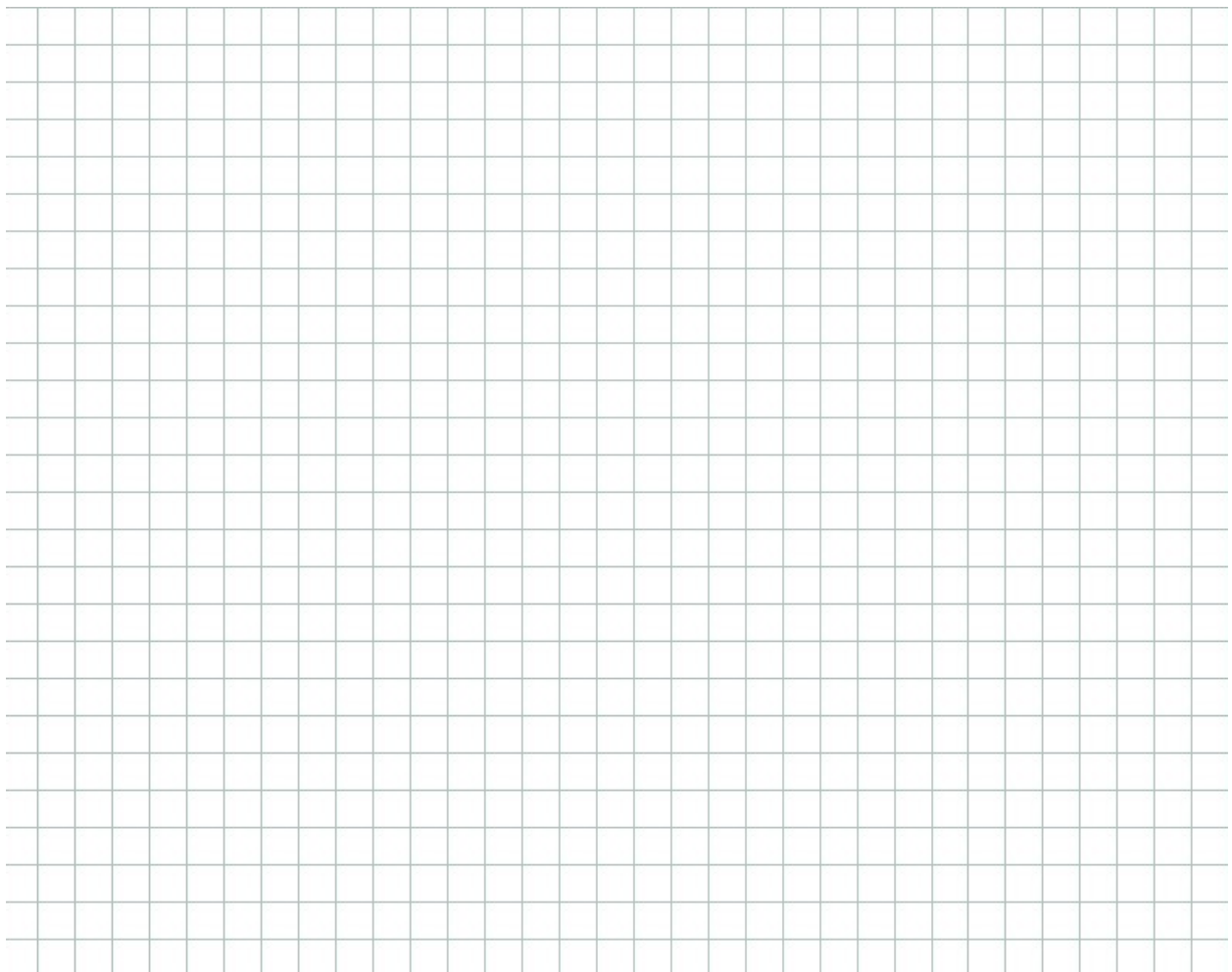
$$(d) \begin{cases} 2x+y=-1 \\ 3x-2y=22 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x-y=2 \\ x+y=10 \end{cases}$$

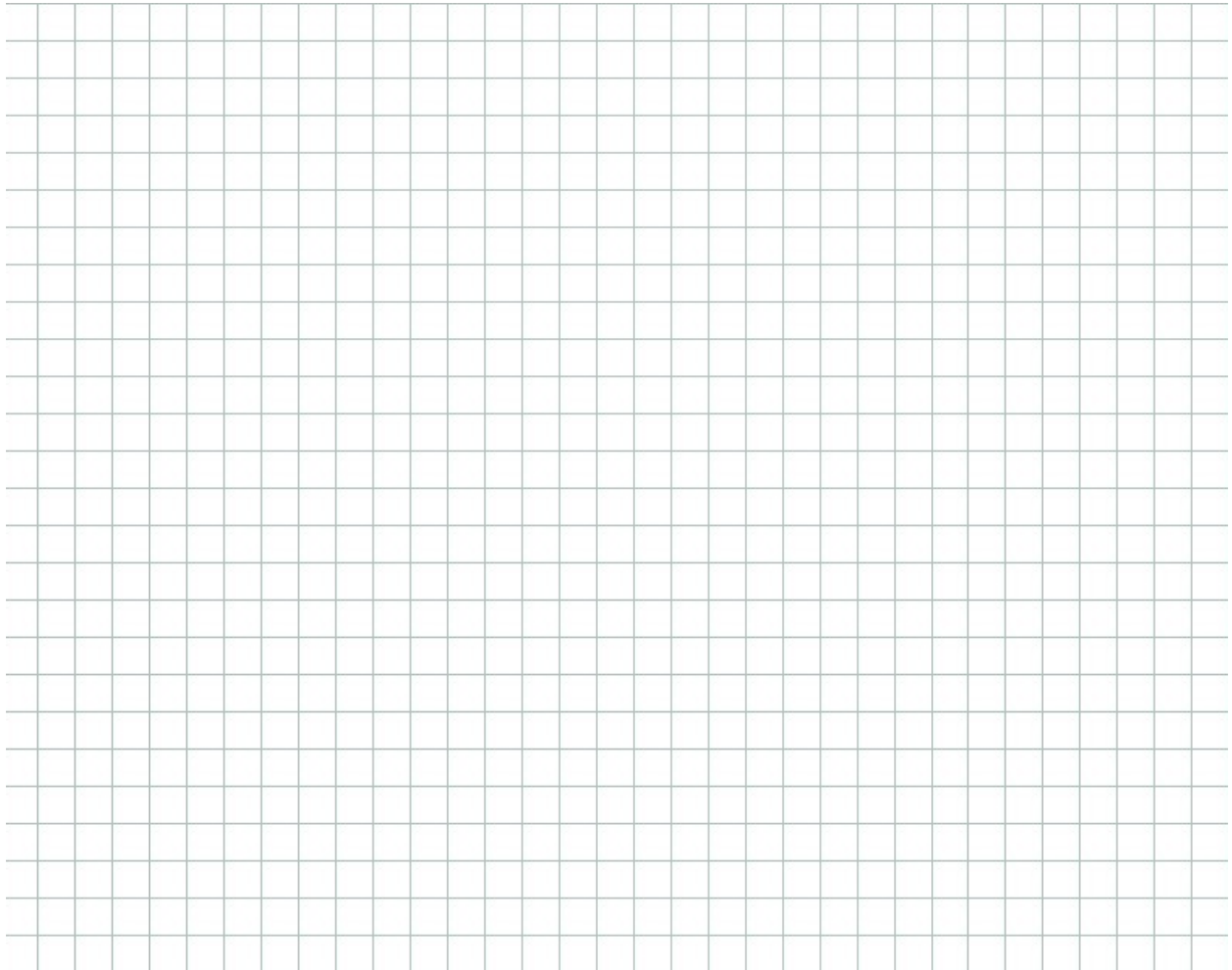
(f)
$$\begin{cases} 4x+7y=-5 \\ 2x-7y=8 \end{cases}$$

4. Escull 2 dels sistemes de l'exercici anterior i resol-los gràficament.

(a)



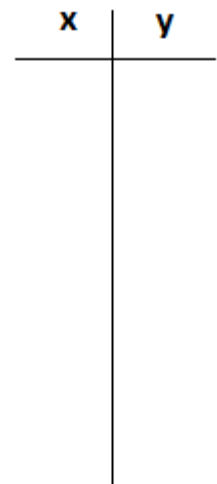
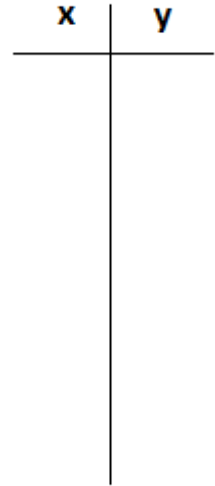
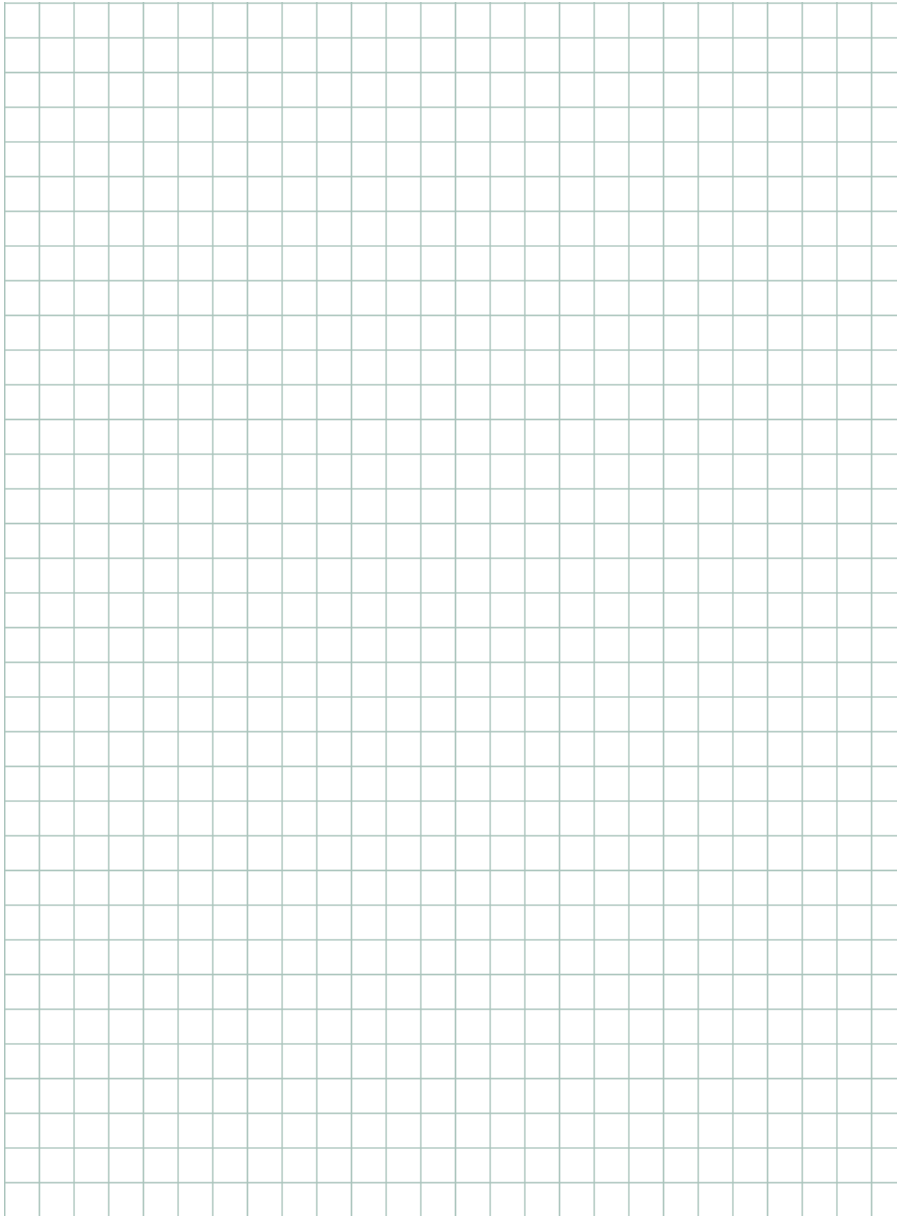
(b)



5. Inventa't un sistema compatible determinat que tingui per solució el punt $(x,y)=(1,5)$.
Resol-lo, amb el mètode que vulguis.

6. Inventa't un sistema d'equacions lineal incompatible. Dibuixa les dues rectes de solucions del sistema en una gràfica per demostrar que el sistema inventat és incompatible.

$$\begin{cases} = \\ = \end{cases}$$



7. Resol mitjançant sistemes d'equacions, tots els problemes següents.
- i. Dues revistes i un diari valen 0,9€. Una revista i un diari val 0,6€. Quan val una revista? I un diari?
 - ii. L'Anna té en la seva cartera bitllets de 10€ i de 50€, en total en té 20 de bitllets. I si conta quants diners té li surt que té 440€. Quants bitllets té de cada tipus?
 - iii. La família Montejano va al teatre i compra dues entrades per platea i dues per tribuna, que els hi costen 74€. Un grup d'alumnes de l'Ins Vilumara, també van al teatre i es gasten 132€ per sis entrades a platea i dues a tribuna. Quan valen les entrades de platea? I les de tribuna?
 - iv. Tinc 36 bitllets, uns de 20€ i els altres de 50€. Si tinc un total de 1290€. Quants bitllets tinc de cada classe?
 - v. En una granja hi han gallines i conills, en total 28 animals. La suma dels becs i les potes dona 89. Quants animals hi ha de cada espècie?
 - vi. Joan li diu al seu germà Carles: "Si em dones 200 €. tindrem la mateixa quantitat". I Carles li respon: " Si em dones tu a mi 200 €. jo tindrè el doble que tu". Quants diners té cadascun?
 - vii. L'edat d'una mare i una filla avui, sumen 64 anys. D'aquí 10 anys la filla tindrà justament la meitat de l'edat de la seva mare. Quants anys tenen avui la mare i la filla?

ACTIVITAT NO OBLIGATÒRIA

Resol els sistemes d'equacions següents

a)

$$\begin{cases} \frac{4x-2}{2} - \frac{5(2y-3x)}{8} = y \\ \frac{6x+y}{3} - \frac{3x-4(2-y)}{5} = x+y-2 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} \frac{x+2}{3} = x-y \\ 2x+y = \frac{y+3}{6} \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 5x - 3y = -39 - x \\ -4x + 3y = \frac{90 + 7x}{2} \end{cases}$$

FUNCIONS

A) FUNCIONS LINEALS

1.2-FUNCIÓ LINEAL (pura)

S'anomena **funció de proporcionalitat directa** o, senzillament, **funció lineal** a qualsevol funció que relacioni dues magnituds directament proporcionals (x,y). La seva equació té la forma:

$$y = mx \text{ o } f(x) = mx$$

El factor que multiplica la x és la m, és la **constant de proporcionalitat** i rep el nom de **pendent** de la funció perquè indica la inclinació de la recta que la representa gràficament.

PENDENT: Ara per trobar m podem fer dues coses:

- Si coneixem la funció, m és el número que multiplica a la x.
- Si no coneixem la funció de la recta podem trobar la **pendent** de dues maneres:

a) A partir de dos punts de la recta (x₁,y₁) i (x₂,y₂): $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

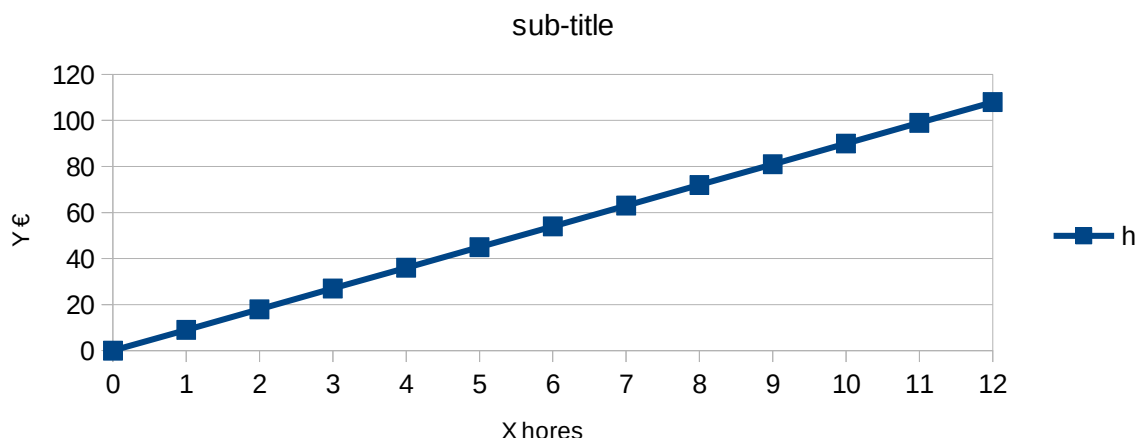
b) $m = \frac{\text{El que puja o baixa la y quan avancem una unitat de x}}{1}$

La funció sempre passarà per (0,0)

La variable independent serà la que col·loquem a l'eix de les x. La variable dependent necessita els valors de x per saber el seu valor, per tant la col·loquem en l'eix de les y.

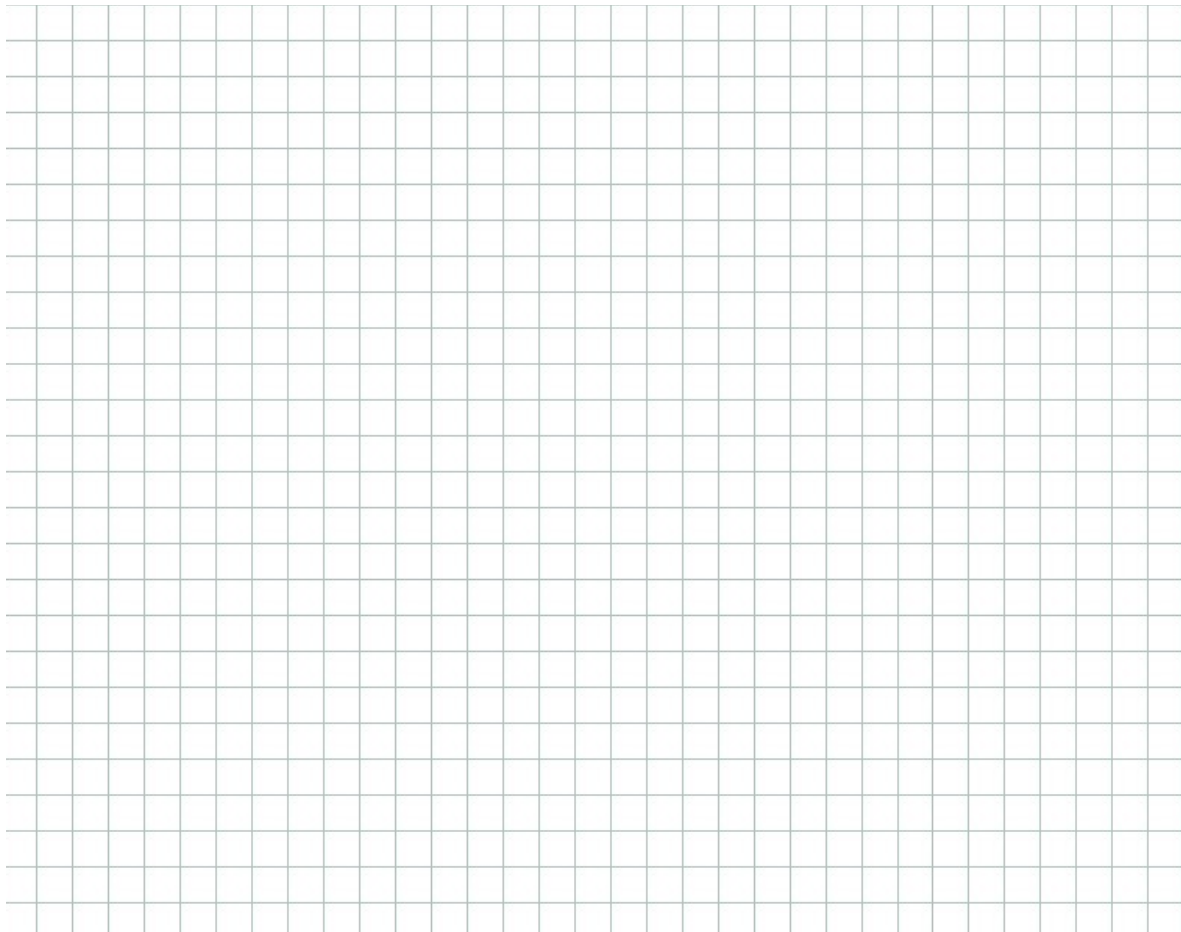
Ex. 1: En un bar paguen als cambrers a 9 euros l'hora.

El gràfic següent representa els diners que guanya un dia segons les hores que treballa.



- a) Quant pot guanyar un cambrer en un dia si no treballa cap hora?
- b) Quant pot guanyar un cambrer en un dia si treballa 8h?
- c) Quant podria guanyar un cambrer en 3 dies si treballés 13h?
- d) Quina és la pendent de la recta?
- e) Escriu la funció de la recta.
- f) Quina és la variable dependent i quina és la variable independent?

Ex 2: En una oficina es gasten 565 fulls en 5 dies, si cada dia es gasten el mateix nombre de fulls. Quan s'hauran gastat en 17 dies i en 10?... Fes-ne el gràfic de la funció:



a) Quina és la pendent de la recta?

b) Escriu la funció de la recta.

c) Quina és la variable dependent i quina és la variable independent?

1.3-FUNCIÓ AFÍ

Si a dues magnituds directament proporcionals se'ls aplica alguna condició inicial, la funció que les lliga ja no és totalment proporcional. Es diu que és una **funció afí** i la seva forma és:

$$y = mx + n \text{ o } f(x) = mx + n$$

La funció **NO** passarà per (0,0)

La **pendent**, m , continua essent la constant de proporcionalitat i el terme n s'anomena **ordenada a l'origen** o **punt de tall amb l'eix y** perquè és el valor que pren y (ordenada) quan x val 0 (abscissa en l'origen).

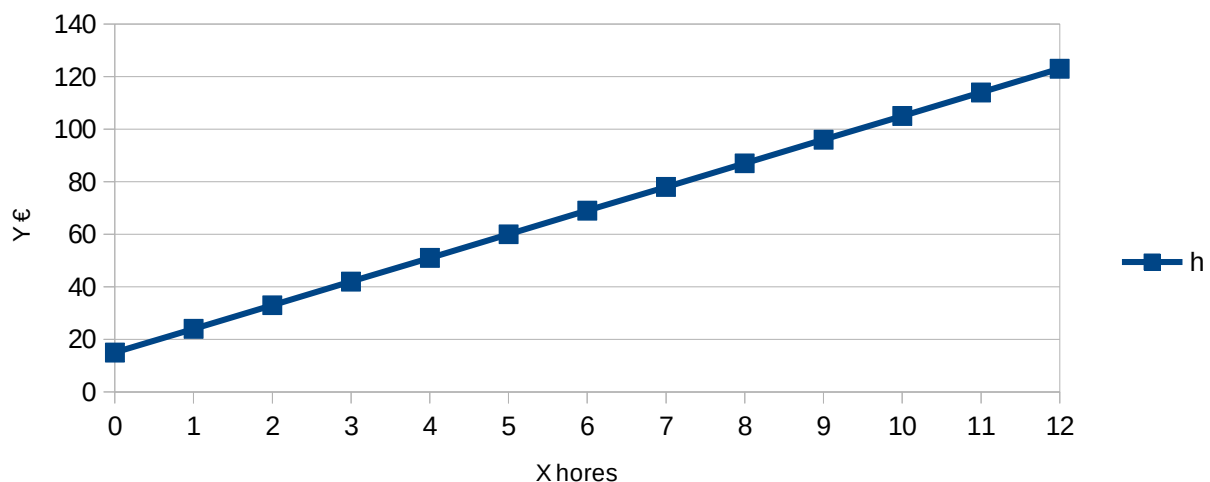
PENDENT: Ara per trobar m podem fer dues coses:

- Si coneixem la funció, m és el número que multiplica a la x .
- Si no coneixem la funció de la recta podem trobar la **pendent** de dues maneres:

a) A partir de dos punts de la recta (x_1, y_1) i (x_2, y_2) :
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

b)
$$m = \frac{\text{El que puja o baixa la } y \text{ quan avancem una unitat de } x}{1}$$

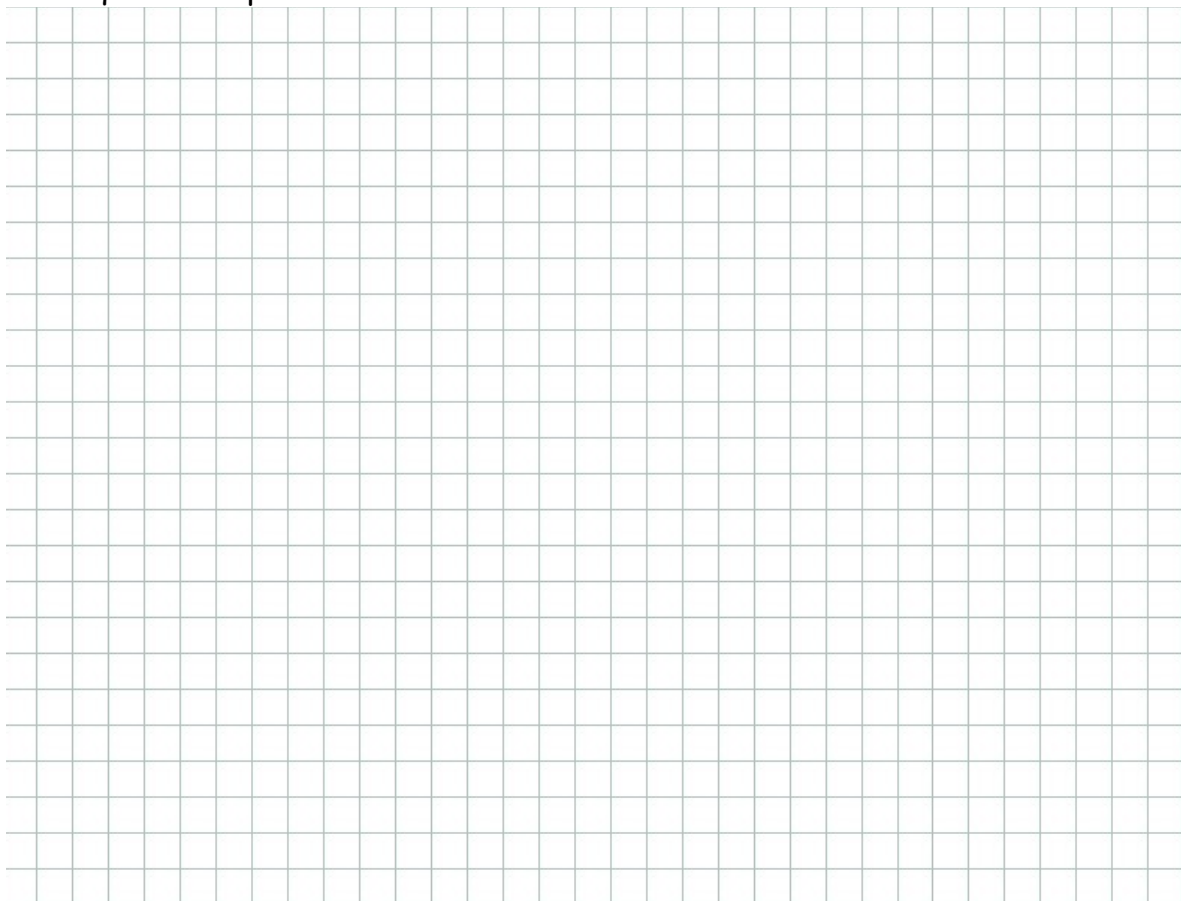
Ex. 1: En un bar paguen als cambrers a 9 euros l'hora i un complement de 15 € per les dietes diari. Quant pot guanyar un cambrer en un dia depenent de les hores que treballi?



- a) Quant pot guanyar un cambrer en un dia si no treballa cap hora?
- b) Quant pot guanyar un cambrer en un dia si treballa 8h? Ç
- c) Quant podria guanyar un cambrer en 3 dies si treballés 13h?
- d) Quina és la pendent de la recta?
- e) Escriu la funció de la recta.
- f) Quina és la variable dependent i quina és la variable independent?

Ex 2: El valor de les accions de TYE SA avui és de 55€. Estan caient 10 € cada dia de manera constant des de fa molts dies i es preveu que continuïn així.

- a) Quina és la gràfica de la funció que relaciona dies amb el preu de les accions? Contant que el temps 0 és avui.

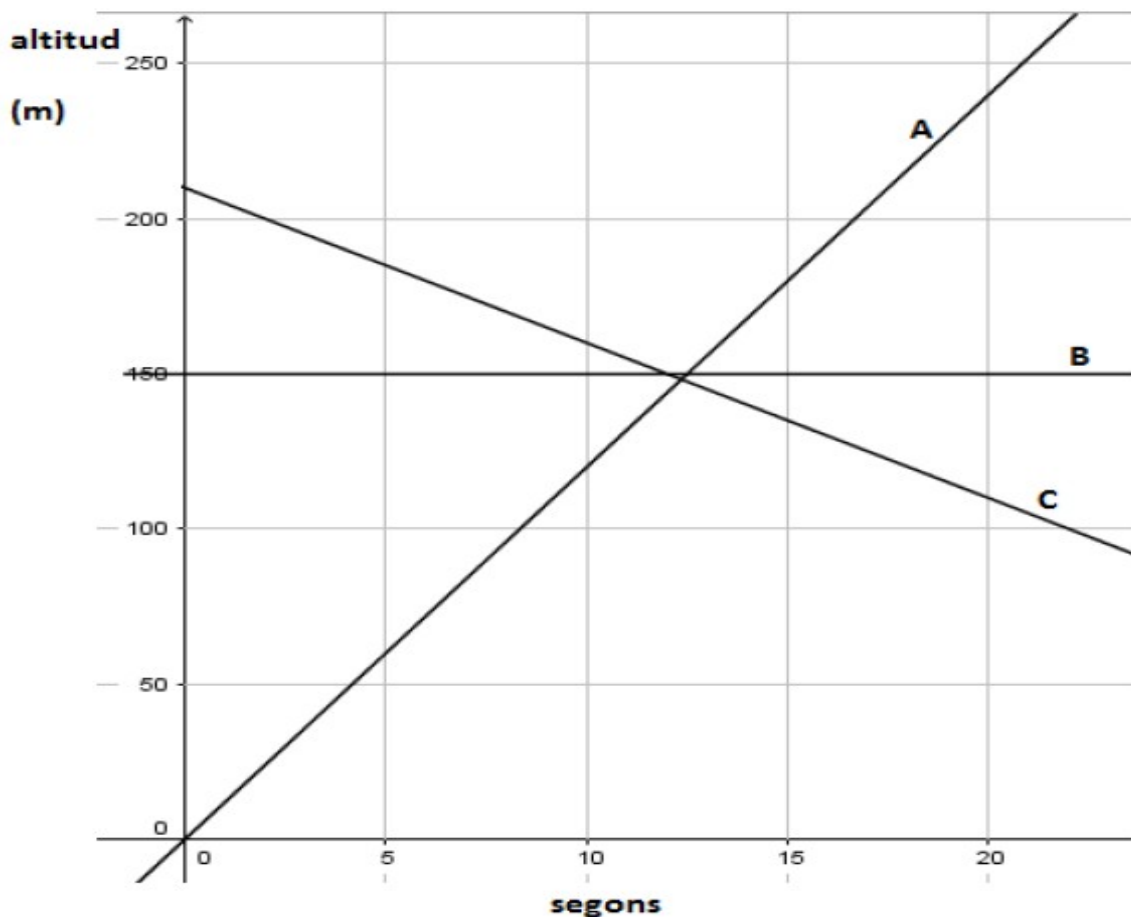


a) Quina és la pendent de la recta?

b) Escriu la funció de la recta.

c) Quina és la variable dependent i quina és la variable independent?

Ex. 3: Un globus aerostàtic té una avaria quan vola a 210 metres d'altitud i comença a baixar, en la seva trajectòria de baixada hi ha una torre punxaguda que té una alçada de 150m. En Superman, que corre per allí, veu la situació i decideix anar a ajudar als passatgers del globus. En Superman s'enlaira i puja a 12 metres per segon. El gràfic següent mostra la situació descrita anteriorment.



A. Relaciona les rectes A, B i C de la gràfica anterior amb l'evolució de les alçades de:
 La TORRE:
 En SUPERMAN:
 El GLOBUS AEROSTÀTIC:

B. Quina és la variable independent i quina és la variable dependent?

RECTA C

Temps (seg.)	3	6	8	10	13	15
Alçada (met.)	225			260		

C. tenint en compte les dades que tens de la recta c, acaba d'omplir les dades que falten a la taula anterior.

D. Quines són les pendents de les rectes ?

Pendent recta A=

Pendent recta B=

Pendent recta C=

E. Quins són els punts de tall amb l'eix Y de les rectes:

Punt de tall amb l'eix Y de la recta A: $(x, y) = (0,)$

Punt de tall amb l'eix Y de la recta B: $(x, y) = (0,)$

Punt de tall amb l'eix Y de la recta C: $(x, y) = (0,)$

F. Quina és la funció de les tres rectes i digues si són funcions afins o lineals:

funció recta A: afí o lineal

funció recta B: afí o lineal

funció recta C: afí o lineal

G. Quants segons tardarà el globus a estampar-se al terra si no hi hagués la torre i en Superman no fes res?(utilitza les funcions/equacions anteriors)

H. Quants segons tardarà el globus a estampar-se contra la torre si en Superman no hi arriba a temps?(utilitza les funcions/equacions anteriors)

I. A quin segon i a quina alçada en Superman podria interceptar el globus?(utilitza les funcions/equacions anteriors i resol el problema mitjançant un sistema d'equacions). Creus que podria salvar al globus? Justifica la teva resposta.

Ex4:

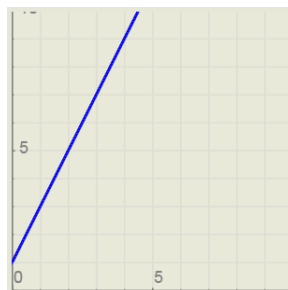
Relaciona les situacions següents amb la seva gràfica i la seva funció:

- a. Un mòbil està a 5 km de mi i s'allunya a 1 km/h.
- b. Un mòbil està a 1 km de mi i s'allunya a 2 km/h.
- c. Un mòbil està al meu costat durant 3 hores i s'allunya a 1 km/h.
- d. Un mòbil està a 7 km de mi i s'apropa a 3 km/h.
- e. Un mòbil està a 4 km de mi i no es mou.
- f. Un mòbil està al meu costat i s'allunya a 2 km/h.

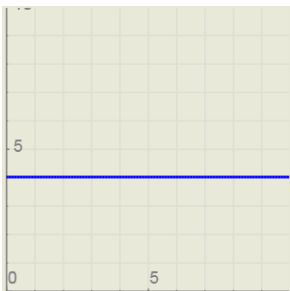
1.



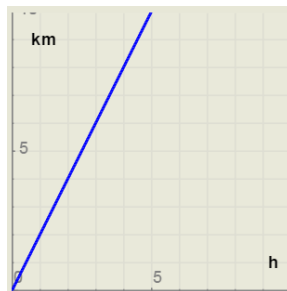
2.



3.



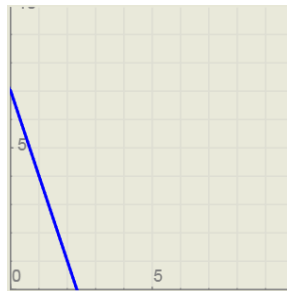
4.



5.



6.



I. $y = x + 5$

II. $y = 4$

III. $y = -3x + 7$

IV. $y = x - 3$

V. $y = 2x + 1$

VI. $y = 2x$

B) FUNCIONS PARABÒLIQUES

Exercici 1: Donada una funció parabòlica del tipus $y=ax^2+bx+c$. Troba **a**, **b** i **c** per a cadascuna de les següents paràboles:

- | | |
|---------------------|---|
| a) $y=-4x^2-2x+5$. | <i>Solució:</i> a=.....; b=.....; c=..... |
| b) $y=-x^2+6x$. | <i>Solució:</i> a=.....; b=.....; c=..... |
| c) $y=-3x^2-x+8$. | <i>Solució:</i> a=.....; b=.....; c=..... |
| d) $y=x^2$. | <i>Solució:</i> a=.....; b=.....; c=..... |
| e) $y=-x^2$. | <i>Solució:</i> a=.....; b=.....; c=..... |

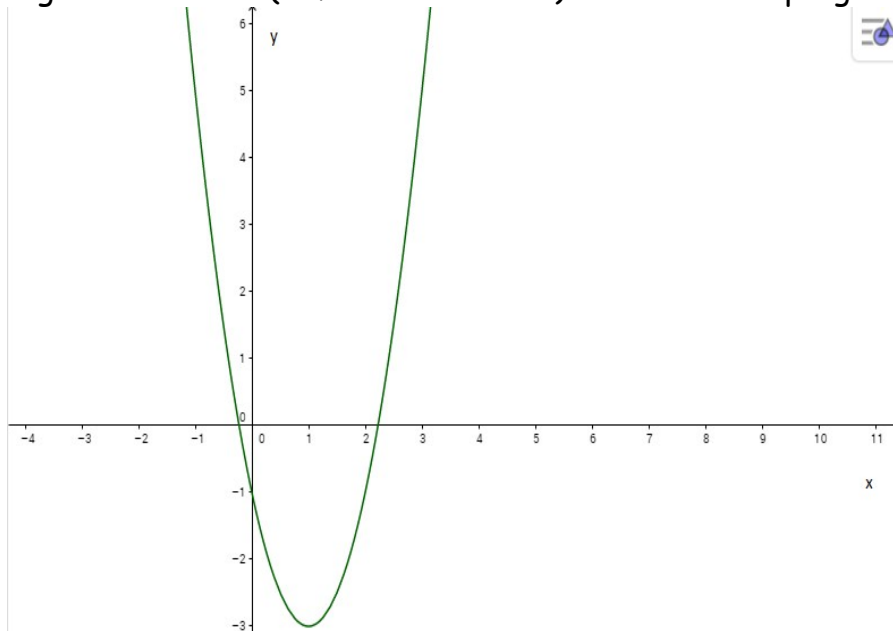
Determinació de l'orientació de les branques

Si la paràbola té per fórmula $y=ax^2+bx+c$ és ben fàcil saber si les branques aniran cap amunt o aniran cap avall: només cal mirar el signe de la **a** i tenir en compte que:

- Si **a** és positiva, llavors les branques van cap amunt.
- Si **a** és negativa, llavors les branques van cap avall.

Exemple resolt : la paràbola $y=-3x^2+4x-7$ té $a=-3$, que és negatiu i, per tant, tindrà les branques cap avall.

Exercici 2: Llegeix l'annexe 1 (al final del dossier) i contesta les preguntes següents.



- a) Cap on van les branques? Van cap
- b) En quins punts talla *aproximadament* la paràbola l'eix x? En els punts (.....,0) i (.....,0).
- c) En quin punt talla la paràbola l'eix y? En el punt (0,.....).
- d) Quina posició ocupa aproximadament el vèrtex V? Està en el punt $V=(.....,.....)$.

e) On està l'eix de simetria? Dibuixa'l. L'eix de simetria és la recta vertical que passa per qualsevol punt que tingui $x=.....$

Exercici 3: digues si les branques de la paràbola $y=x^2+7x+4$ van cap amunt o cap avall. *Solució:* les branques van cap, ja que $a=.....$, que té signe

Determinació dels punts de tall amb l'eix y

Els punts (x,y) que tallen amb l'eix y tenen com a característica que $x = 0$
Per tant, els punts de tall de la funció $y=-x^2+2x+3$ es calculen de la següent manera:

$$\text{si } x=0 \text{ llavors } y = -0^2+2\cdot 0+3 = 3$$

$$\text{punts que tallen l'eix de les y: } (x,y) = (0,3)$$

Exercici 4: Troba els punts de tall, amb l'eix de les y, de les paràboles següents:

A. $y=x^2-6x+9$

B. $y=x^2-16$

C. $y=x^2+16$

Determinació dels punts de tall amb l'eix x

Els punts (x,y) que tallen amb l'eix x tenen com a característica que $y=0$
Per tant, els punts de tall de la funció $y=-x^2+2x+3$ es calculen de la següent manera:

$$\text{si } y=0 \text{ llavors } 0 = -x^2+2x+3$$

per trobar les x que compleixen aquesta equació cal resoldre l'equació de segon grau:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{-2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-2-4}{-2} = 3$$

punts que tallen l'eix de les x:

$$(x,y) = (-1,0)$$

$$(x,y) = (3,0)$$

- Si l'equació no tingués solució és que no talla a l'eix de les x.
- Si l'equació tingués 1 solució és que el vèrtex i el punt de tall amb l'eix de les x és el mateix punt.

Exercici 5: Troba el punt de tall amb l'eix x, de les paràboles següents:

A. $y = -3x^2 + 5x - 12$

B. $y = -x^2 + 5x$

C. $y = x^2 - 16$

D. $y = x^2 + 16$

Determinació de l'eix de simetria

L'eix de simetria és la recta vertical que passa per qualsevol punt que tingui la x igual a la x del vèrtex de la paràbola. La fórmula per trobar la x del vèrtex és la següent

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Exemple resol't. Troba l'eix de simetria de la paràbola $y = -4x^2 + 5x - 3$.

Solució: Primer trobo la x_v . Com que $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2 \cdot (-4)} = \frac{-5}{-8} = \frac{5}{8} = 0,625$. Llavors, l'eix de simetria és la recta vertical que passa per qualsevol punt que tingui $x = 0,625$.

Exercici 6: Troba l'eix de simetria de les paràboles següents:

A. $y = -x^2 + 4x - 3$.

B. $y = -5x^2 + 50x - 3$.

Determinació del punt VÈRTEX

La x del vèrtex es troba aplicant la fórmula següent $x_v = \frac{-b}{2a}$

La y del vèrtex es troba substituint el valor de la x del vèrtex que hem trobat a la funció i calculant el seu valor.

Exemple resol't. Troba la posició del vèrtex de $y = -4x^2 + 5x - 3$.

Solució: Primer trobo la x_v . Com que $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2 \cdot (-4)} = \frac{-5}{-8} = \frac{5}{8} = 0,625$.

Llavors $y_v = -4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right) - 3 = \frac{-25}{16} + \frac{25}{8} - 3 = \frac{-23}{16} = -1,437$

El punt del vèrtex és $(x, y) = (0,625, -1,437)$

Exercici 7: Troba la posició del vèrtex de les paràboles

A. $y = x^2 - 5x + 9$.

B. $y = -x^2 - 5x$.

C. $y = x^2 - 10$.

Per representar una paràbola cal:

- Fer-ne la **determinació dels elements** fent els càlculs adients, hem de trobar:
 - L'orientació de les branques
 - Els punts de tall amb l'eix x
 - El punt de tall amb l'eix y
 - La posició del vèrtex $v=(x_v, y_v)$
 - L'eix de simetria
- Fer una taula de valors, com a mínim amb els punts següents: (vèrtex, punts de tall a la x , punts de tall a la y). Si fan falta altres punts per tal de dibuixar bé la paràbola, cal que es dibuixin de dos en dos de manera simètrica a una banda i altre de l'eix de simetria.

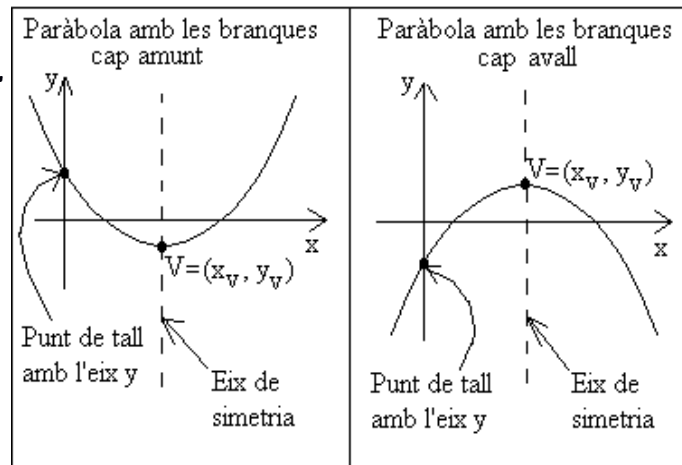
Exercici 8: Considera del paràboles següents i fes-ne la seva gràfica, cal que utilitzeu els punts de tall als eixos, el vèrtex i l'eix de simetria.

(fes l'exercici en fulls quadriculats i adjunta'l al dossier)

- (a) $f(x)=x^2-6x+5$
- (b) $f(x)=x^2+4x+3$
- (c) $y=-x^2+8x-7$
- (d) $f(x)=-x^2+3x$
- (e) $f(x)=5x+x^2$
- (f) $y=x^2$
- (g) $f(x)=2x^2$
- (h) $f(x)=-x^2$

ANNEXE 1 (teoria)

Podem classificar les paràboles en paràboles **amb branques cap amunt** o **amb branques cap avall** i en paràboles **amb dos, un o cap punt de tall amb l'eix x**, tal com es mostra a les figures següents:



A més dels punts de tall amb l'eix X ($y=0$), també és important saber on està el **punt de tall amb l'eix Y**, on està el **vèrtex (V)** de la paràbola i quin és l'**eix de simetria** d'una paràbola. Vegem les gràfiques següents per saber el que significa cada cosa:

- El **punt de tall amb l'eix y** és el punt on la paràbola toca l'eix Y ($x=0$)

El **vèrtex** de la paràbola és el punt més baix per al cas de les paràboles que tenen les branques cap amunt, però és el punt més alt per al cas de les paràboles que tenen les branques cap avall. El **vèrtex V** té per coordenades (x_v, y_v) . L'**eix de simetria** de la paràbola és la recta vertical que passa per la x del vèrtex (és a dir, per x_v) i que divideix la paràbola en dues branques simètriques (l'eix de simetria és com un mirall al costat del qual es queda cada branca de la paràbola).

